

Теория, которая поможет вам правильно решить задание ЕГЭ №9.

• **Основные свойства степеней.**

1.  $a^0 = 1$  для любого числа а.
2.  $a^1 = a$  для любого числа а.
3.  $(-a)^n = a^n$ , если  $n$  — четное
4.  $(-a)^n = -a^n$ , если  $n$  — нечетное
5.  $(ab)^n = a^n b^n$
6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
7.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
9.  $a^n a^m = a^{n+m}$
10.  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

• **Основные свойства корней**

1.  $(\sqrt{a})^2 = a$  для любого  $a \geq 0$ .
2.  $\sqrt{a^2} = |a|$  для любого числа а. Здесь  $|a|$  — модуль числа а, который равен а, если  $a \geq 0$ , и равен  $-a$ , если  $a < 0$ .
3.  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$  для  $a \geq 0$  и  $n > 1$ .
4.  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$  для  $a \geq 0, b \geq 0$  и  $n > 1$ .
5.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  для  $a \geq 0, b > 0$  и  $n > 1$ .
6.  $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$  для  $a \geq 0, n > 1$  и  $k > 1$ .
7.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$  для  $a \geq 0, n > 1$  и  $k > 1$ .
8.  $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$  для  $a \geq 0, n > 1$  и  $k > 1$ .
9.  $(\sqrt[n]{a})^n = a$  для  $a \geq 0$  и  $n > 1$ .
10.  $\sqrt[n]{a^n} = a$  для  $a \geq 0$  и  $n > 1$ .
11.  $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$  для любого числа а и нечетного числа  $n > 1$ .

- **Формулы сокращенного умножения.**

Для любых  $a$ ,  $b$  и  $c$  верны следующие равенства:

1.  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$
2.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$
3.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$
4.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$
5.  $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b);$
6.  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$
7.  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$
8.  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$
9.  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$  где  $x_1$  и  $x_2$  — корни квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c.$

- **Логарифмы**

Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  ( $\log_a b$ ) определяется как показатель степени, в которую надо возвести число  $a$ , чтобы получить число  $b$  (Логарифм существует только у положительных чисел).

$$\log_a b = x \text{ означает что } a^x = b.$$

Виды логарифмов:

- $\log_a b$  - логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  ( $a > 0, a \neq 1, b > 0$ )
- $\lg b$  - **десятичный логарифм** (логарифм по основанию 10,  $a = 10$ ).
- $\ln b$  - **натуральный логарифм** (логарифм по основанию  $e$ ,  $a = e$ ).

Формулы и свойства логарифмов:

Для любых  $a$ ;  $a > 0$ ;  $a \neq 1$  и для любых  $x$ ;  $y > 0$ .

1.  $a^{\log_a b} = b$  - **основное логарифмическое тождество**
2.  $\log_a 1 = 0$
3.  $\log_a a = 1$
4.  $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
5.  $\log_a xy = \log_a x - \log_a y$
6.  $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$
7.  $\log_a x^p = p \log_a x$
8.  $\log_a^k x = k \log_a x$ , при  $k \neq 0$
9.  $\log_a x = \log_a^c x^c$
10.  $\log_a x = \log_b x \log_b a$  - **формула перехода к новому основанию**
11.  $\log_a x = \log_x a$

• *Тригонометрические формулы*

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

- **Формулы приведения.**

Функция / угол в рад.	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\tg$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\tg \alpha$	$\tg \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\tg \alpha$	$\tg \alpha$
$\operatorname{ctg}$	$\tg \alpha$	$-\tg \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\tg \alpha$	$-\tg \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
Функция / угол в °	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$	$360^\circ + \alpha$