

Теория, которая поможет вам правильно решить задание ЕГЭ №9.

• Основные свойства степеней.

1. $a^0 = 1$ для любого числа a .
2. $a^1 = a$ для любого числа a .
3. $(-a)^n = a^n$, если n — четное
4. $(-a)^n = -a^n$, если n — нечетное
5. $(ab)^n = a^n b^n$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
9. $a^n a^m = a^{n+m}$
10. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

• Основные свойства корней

1. $(\sqrt{a})^2 = a$ для любого $a \geq 0$.
2. $\sqrt{a^2} = |a|$ для любого числа a . Здесь $|a|$ — модуль числа a , который равен a , если $a \geq 0$, и равен $-a$, если $a < 0$.
3. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ для $a \geq 0$ и $n > 1$.
4. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ для $a \geq 0, b \geq 0$ и $n > 1$.
5. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ для $a \geq 0, b > 0$ и $n > 1$.
6. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$ для $a \geq 0, n > 1$ и $k > 1$.
7. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[kn]{a}$ для $a \geq 0, n > 1$ и $k > 1$.
8. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$ для $a \geq 0, n > 1$ и $k > 1$.
9. $(\sqrt[n]{a})^n = a$ для $a \geq 0$ и $n > 1$.
10. $\sqrt[n]{a^n} = a$ для $a \geq 0$ и $n > 1$.
11. $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ для любого числа a и нечетного числа $n > 1$.

- **Формулы сокращенного умножения.**

Для любых a , b и c верны следующие равенства:

1. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
3. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
4. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
5. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$;
6. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
8. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
9. $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$.

- **Логарифмы**

Логарифм числа b по основанию a ($\log_a b$) определяется как показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b (Логарифм существует только у положительных чисел).

$$\log_a b = x \text{ означает что } a^x = b.$$

Виды логарифмов:

- $\log_a b$ - логарифм числа b по основанию a ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$)
- $\lg b$ - **десятичный логарифм** (логарифм по основанию 10, $a = 10$).
- $\ln b$ - **натуральный логарифм** (логарифм по основанию e , $a = e$).

Формулы и свойства логарифмов:

Для любых a ; $a > 0$; $a \neq 1$ и для любых x ; $y > 0$.

1. $a^{\log_a b} = b$ - **основное логарифмическое тождество**
2. $\log_a 1 = 0$
3. $\log_a a = 1$
4. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
5. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
6. $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$
7. $\log_a x^p = p \log_a x$
8. $\log_a^k x = k \log_a x$, при $k \neq 0$
9. $\log_a x = \log_a^c x^{\frac{1}{c}}$
10. $\log_a x = \log_b x \log_b a$ - **формула перехода к новому основанию**
11. $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$

• **Тригонометрические формулы**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

- **Формулы приведения.**

Функция / угол в рад.	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
\sin	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
\cos	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
tg	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
ctg	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
Функция / угол в °	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$	$360^\circ + \alpha$